

**ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ «СОШ №16 Г.МАЛГОБЕКА»**

УТВЕРЖДЕНО

Директор ГБОУ СОШ №16

_____ Э.А.Богатырева

«___» _____ 2022г

**ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ
ОБЩЕРАЗВИВАЮЩАЯ ПРОГРАММА**

Авторская программа элективного курса:

" Решение финансово - экономических задач"

Уровень программы: ознакомительный

Срок реализации: 1 год (68 часа)

Возрастная категория: от 15-18

Вид программы: модифицированная

Автор: Гетагазова Марьям Исраиловна

учитель математики

Пояснительная записка

Курс предназначен для учащихся 10-11 классов и рассчитан на 68 часа.

Целесообразность изучения данного курса:

Исследования уровня образования показали, что учащиеся хуже всего справляются с задачами, в которых требуется построить математическую модель, исходя из конкретной жизненной ситуации.

Умение применить математические знания для решения жизненных проблем не может появиться само собой. Этим умениям необходимо обучать целенаправленно.

Решение финансово-экономических задач демонстрирует учащимся применение математического аппарата к решению повседневных бытовых проблем каждого человека, вопросов рыночной экономики и задач технологии производства; ориентируют учащихся по естественнонаучному и социально-экономическому профилю; способствует познавательной и социальной активности школьников.

Велико прикладное значение этой темы и потому, что затрагивает финансовую, демографическую и другие стороны нашей жизни, а также связь с будущей профессией.

Кроме того, задачи с финансово-экономическим содержанием включены в материалы итоговой аттестации за курс основной школы, ЕГЭ.

Цели данного курса :

- привить учащимся основы экономической грамотности, помочь ученику оценить свой потенциал с точки зрения образовательной перспективы.
- сформировать умения применять математические знания для решения жизненных проблем.

Для достижения поставленных целей в процессе обучения решаются следующие задачи:

- овладение наиболее известными приемами и методами применения математических знаний в различных областях науки, техники и в жизненных ситуациях;
- формирование продуктивного мышления, обеспечивающего успешность жизни в обществе.
- формирование у учащихся устойчивого интереса к предмету;
- выявление и развитие математических способностей;
- подготовка к ЕГЭ и к обучению в вузе.

Содержание курса

1. Проценты -----	2час
2. Простые и сложные проценты-----	6часа
3. Задачи с газетной полосы-----	2час
4. Банковские расчёты-----	18часов
5. Бытовые задачи на концентрацию и процентное содержание-----	2часа
6. Технологические задачи на сплавы и процентное содержание-----	8часа
7.Функциональные зависимости с экономическим содержанием-----	3часа
8. Математика в реальности-----	14часов
9. Повторение-----	6часа

Ожидаемые результаты

В результате изучения содержания курса учащиеся могут:

- научиться выделять в ситуации проблему, которая решается средствами математики;
- усвоить наиболее известные приемы и методы применения математических знаний в различных областях науки, техники и в жизненных ситуациях;
- получить прочные навыки обращения с процентами в повседневной жизни.

Календарно- тематическое планирование:

№	Тема занятия	часы	Содержание материала	Дата
	Проценты	2		
1. 2.	Понятие процента. Основные задачи на проценты.	2	Определение процента. Выражение процента дробью. Замена дроби процентами. Нахождение: - процента от числа; -числа по его процентам; -процентного соотношения	
	Простые и сложные проценты	6		
3. 4.	Простые проценты	2	Формулы и схемы «простого процентного роста».	
5. 6.	Сложные проценты	2	Формулы и схемы « сложного процентного роста».	
7. 8.	Задачи «про цены»	2	Решение задач на ценообразование.	
	Задачи с газетной полосы	2		

9.	Решение задач с газетной полосы	2	Учителю можно взять задачи из журнала: «Математика в школе», №6, 2009г,с.13.	
10.	Банковские расчёты	18		
11.	Исторические факты	2	Исторические сведения о применении процентов ростовщиками и банками.	
12.				
13.	Терминологический словарь	2	Специфические термины, встречающиеся при решении задач на проценты в жизненных ситуациях.	
14.				
15.	Терминологический словарь	2	Специфические термины, встречающиеся при решении задач на проценты в жизненных ситуациях.	
16.				
17.	Решение задач на повышение и понижение цен на товары и услуги.	2	Решение задач на повышение и понижение цен на товары и услуги.	
18.				
19.	Простые проценты	2	Решение задач на: -начисление простых процентов за часть года; -изменение годовых ставок простых процентов; -капитализацию простых процентов.	
20.				
21.	Простые проценты	2	Решение задач на многократное начисление процентов в течение одного года.	
22.				
23.	Сложные проценты	2	Решение задач на многократное начисление сложных процентов в течение нескольких лет.	
24.				
25.	Сложные проценты	2	Решение задач на ежегодные начисления сложных процентов;	
26.				
27.	Контрольное занятие	1		

28. 29.	Бытовые задачи на концентрацию и процентное содержание	2		
30. 31.	Решение задач на концентрацию и процентное содержание	2	Бытовые задачи на концентрацию и процентное содержание.	
	Технологические задачи на сплавы и процентное содержание	8		
32. 33. 34. 35.	Решение задач на сплавы.	4	Технологические задачи на сплавы .	
36. 37. 38. 39.	Решение задач на концентрацию.	4	Технологические задачи на процентное содержание.	
	Функциональные зависимости с экономическим содержанием	8		
40. 41. 42. 43.	Линейная функция в экономике	4	Решение производственно - экономических задач с помощью линейной функции.	
44. 45. 46. 47.	Уравнение прямой в экономических расчётах	4	Использование в экономических расчётах уравнения прямой линии.	
	Математика в реальности	14		
48. 49.	Финансовые пирамиды	2	Финансовые пирамиды. Закон сохранения. Расчётные задачи	
50. 51.	Фирмы - распространители	2	Фирмы-распространители. Сетевая технология. Решение задач.	
52. 53.	Доступные финансовые	2	Повторение формул и финансовых законов.	

	процедуры		Доступные финансовые процедуры.	
54. 55.	Можно ли обеспечить себе будущее?	2	Как выбрать выгодный вклад в банке. Как накопить деньги? Акции.	
56. 57. 58. 59.	Творческая работа	4	Как обеспечить себе будущее? (Рассмотреть различные возможности).	
60. 61.	Защита творческой работы	2		
62.	Повторение	6		

Используемая литература:

1. И.С. Григорьева «Обольстительные финансы». Математика для школьников, 2011 г., №4.
2. Ш.А. Музенитов «Задачи с экономическим содержанием на уроках математики». Математика в школе, 2011 г., №10.
3. В.А. Петров «Элементы финансовой математики на уроках». Математика в школе, 2002 г., №8.
4. В.А. Петров «Задачи на проценты с газетной полосы». Математика в школе, 2009 г., №6.
5. П.Ф. Севрюков «Маленькие хитрости в решении задач на доли и проценты». Математика в школе, 2011 г., №9.
6. М.М. Фирсова «Урок решения задач с экономическим содержанием». Математика в школе, 2002 г., №8.
7. Н.П. Хоркина «Прикладные задачи экономического содержания». Математика в школе, 2005 г., №6.

ТЕРМИНОЛОГИЧЕСКИЙ СЛОВАРЬ

Бюджет – перечень доходов и расходов, финансовый план, сопоставляющий ожидаемые доходы и расходы.

Дефицит (от лат. *deficit* – недостаток) – превышение расходов над доходами. Убыток может относиться как к денежным ресурсам, так и к материальным ценностям.

Инфляция – падение ценности или покупательной способности денег.

Налоги – обязательные платежи, взимаемые государством с граждан. Налоги – один из источников дохода государственного бюджета.

Пеня (от лат. *poena* – наказание) – вид неустойки. Исчисляется в процентах от суммы неисполненного или ненадлежаще исполненного обязательства и уплачивается за каждый день просрочки.

Прибыль – положительная разность между выручкой и совокупными издержками предприятия.

Профицит – превышение доходов над расходами.

Спрос – желание и возможности потребителей купить конкретный товар (услугу) в конкретное время и в конкретном месте.

Тарифы (франц. *tarif* от арабск.) – система ставок, по которым взимается плата за услуги. Наиболее распространены тарифы транспортные – за перевозку грузов, пассажиров, багажа; связи – за пользование средствами связи; тарифы коммунальные – за пользование электроэнергией, газом, водой и т. д., тарифы таможенные – за перевозку груза через границу.

Цена – количество денег, за которое продается и покупается единица товара или услуги.

Штраф (немецк. *strafe* – наказание) – денежное взыскание, мера материального воздействия на лиц, виновных в нарушении определенных правил, налагается в случае и в порядке, установленном законом в точно определенной денежной сумме.

ДИДАКТИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ

1.Бытовые задачи



Задача № 1.

Норма высева подсолнечника – 5 кг/га. Сколько мешков семян подсолнечника нужно закупить, чтобы засеять поле площадью 60 га, если известно, что масса одного мешка - 30 кг?

Ответ: 10 мешков.

Амбар с площадью стен 4 м, на половину Сколько рейсов трактористу, чтобы зерно на элеватор 2,5х4х1,2 м? (длина, телеги).



Задача №2.

пола 150 м² и высотой заполнен зерном. нужно сделать полностью перевезти телегой с габаритами ширина и высота

Ответ: 25 рейсов.



Задача № 3.

Для обработки посевов пшеницы от клопа-черепашки необходим раствор гранулированного «Дециса» (химическое средство борьбы с вредителями-

насекомыми) в воде из соотношения 15 г на 1 л. Сколько необходимо приобрести ядохимикатов, если известно, что расход готового раствора – 3,5 л/га, а необходимо обработать 35 га озимой пшеницы.

Ответ: 1 кг 838г.



Задача № 4.

Какого объема должна быть силосная яма, чтобы хватило силоса на 15 коров, и 30 свиней и 50 овец с 1 ноября до 30 мая, если известно, что плотность силоса 1,52 г/см³; одной корове в сутки необходимо в среднем 23 кг силоса, овце – 2,5 кг, а свинье – 3,5 кг.

Ответ: $\approx 80 \text{ м}^3$

№5.

Сколько бочек дизельного расходуется в год для производства озимой на площади 30 га, если вместительность бочки 300 Необходимые работы: Осень:

1. Пахота – по 20 литров на гектар;
2. Боронование – по 5 литров на гектар;
3. 6 культиваций – по 13 литров на гектар;
4. Сев – по 3 литра на гектар;
5. Прикатывание – 1,5 литра на гектар.

Весна-лето:

1. Внесение удобрений – 1 литр на гектар;
2. Опрыскивание – 1 литр на гектар;
3. Уборка урожая – 8 литров на гектар.



Задача

топлива

пшеницы

литров.



Для того, чтобы полить капустой, фермер подвозит к огороду 2

Ответ: 20 бочек.

Задача №6.

Тюк сена имеет размеры: 100см х 30см х 80см. Сколько тюков сена поместится в сенник, площадь пола которого 50 м², а высота стен – 4 метра.

Ответ: 833 тюка.



Задача № 7.

участок, с ежедневно бочки воды.

Определите, сколько литров воды будет израсходовано фермером за 2 недели, если диаметр основания бочки 1,5 метра, а высота – 2 метра. (1л = 10 дм³).

Ответ : 494 550л.

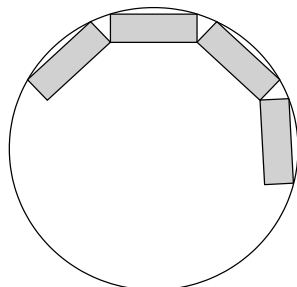
Задача № 8

Сколько можно поместить в свинарник длиной 8 м и шириной 4 м поросят на откорм, если известно, что для нормального развития данной особи необходима площадь 0,8 м²?

Ответ: 40 поросят.



Задача № 9.



Фермер решил построить колодец цилиндрической формы, имеющий в диаметре 135 см., а глубину 380 см., который надо выложить кирпичом. Сколько штук кирпича ему нужно купить, если размер кирпича 25 X 12 X 6,5см. Решение: Длина окружности, диаметр которой меньше диаметра колодца на удвоенную ширину кирпича, равна $\pi d \approx 351$ см (рис.7). Длину окружности

делим на длину кирпича, получаем $351 : 25 \approx 14$ кирпичей уложено в один ряд. Таких рядов будет $380 : 6,5 \approx 59$. Следовательно, потребуется кирпича $14 \cdot 59 = 826$ штук.

Ответ: 826 кирпичей.



Задача № 10.

Поверхность пруда имеет форму квадрата. В вершинах квадрата на берегу пруда растут четыре дуба. Арендаторы пруда хотят вдвое увеличить площадь поверхности пруда, но так, чтобы новый пруд сохранил форму квадрата и чтобы все четыре дуба остались целы (то есть были на берегу). Как это сделать?

Решение:

Построим точки O_1, O_2, O_3, O_4 , симметричные точке O относительно прямых BC, AD, CD , и AB соответственно (рис.8). Докажем, что $S_{O_1O_2O_3O_4} = 2S_{ABCD}$. Пусть $BC = x$. Тогда площадь пруда равна x^2 .

Площадь нового пруда $S_{O_1O_2O_3O_4} = \frac{1}{2} O_1O_2 \cdot O_3O_4 = 2 x^2$.

Задача № 11.

Для 31 курицы запасено некоторое количество корма из расчета по декалитру (дл, 1 дл = 10 л)



в неделю на каждую курицу. При этом предполагалось, что численность кур меняться не будет. Но так как в действительности число кур каждую неделю убывало на 1, то заготовленного корма хватило на двойной срок.

Как велик был запас корма и на сколько времени был он первоначально рассчитан?

Решение.

Пусть запасено было x декалитров корма на y недель. Так как корм рассчитан на 31 курицу по 1 декалитру на курицу в неделю, то

$$x = 31y$$

В первую неделю израсходовано было 31 дл, во вторую 30, в третью 29 и т. д. до последней недели всего удвоенного срока, когда израсходовано было:

$$(31 - 2y + 1)\text{дл.}$$

Весь запас составлял, следовательно,

$$x = 31y = 31 - 30 + 29 + \dots + (31 - 2y + 1).$$

Сумма $2y$ членов прогрессии, первый член которой 31, а последний $31 - 2y + 1$, равна

$$31y = \frac{(31 + 31 - 2y + 1)2y}{2} = (63 - 2y)y$$

Так как y не может быть равен нулю, то мы вправе обе части равенства сократить на этот множитель. Получаем:

$$31 = 63 - 2y \text{ и } y = 16, \text{ откуда}$$

$$x = 31y = 496.$$

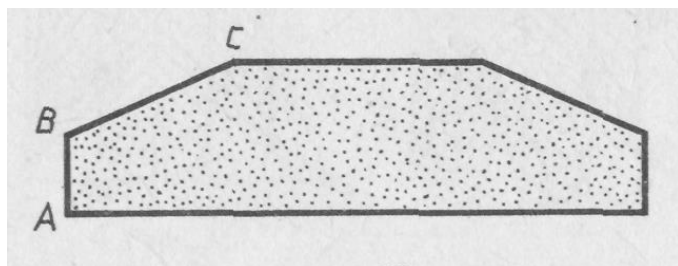
Ответ: запасено было 496 декалитров корма на 16 недель.



Задача № 12.

Поперечное сечение проектируемой земляной плотины представляет собой трапецию высотой 6,9 м и шириной поверху 3,5 м; одна из боковых сторон трапеции (мокрый откос) имеет уклон 1 : 2, а другая (сухой откос) — 1 : 1,5. Найдите площадь сечения плотины.

Ответ. 107,5 м².



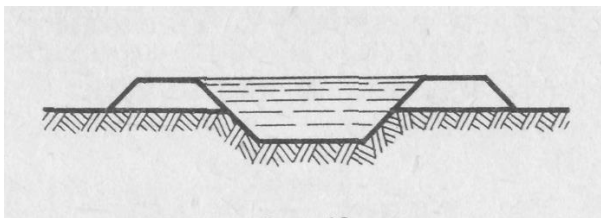
Задача № 13.

На рисунке изображено поперечное сечение насыпи зерна в типовом зерноскладе.

Высота насыпи у стен (отрезок АВ) — 2,5 м, общая высота — 5 м, угол

естественного откоса (угол наклона прямой ВС) сухого зерна — 25°, ширина склада — 20 м. Для определения емкости зерносклада необходимо знать площадь рассматриваемого сечения. Найдите ее.

Ответ. 86,6 м².



Задача № 14.

Требуется выкопать канал для подачи воды к рыбоводному пруду. Имеется возможность устроить его в форме полувыемки — полунасыпи (на рис.). В таком случае наиболее экономичным

будет такое расположение канала, при котором сечение выемки, равновелико сечению насыпи (не нужно будет ни отвозить, ни подвозить грунт). Определите, какой должна быть при этом глубина выемки, если общая глубина канала $h = 2$ м, ширина по дну $b = 1$ м, ширина гребня выемки $a = 1$ м, а угол наклона откосов — 45° .

Решение.

Пусть x — глубина выемки. Тогда площадь поперечного сечения выемки $S_1 = (b + x)x = x^2 + x$, площадь сечения насыпи $S_2 = 2(a + h - x)(h - x) = 2(3 - x)(2 - x)$. Приравняв площади, получим квадратное уравнение. Решив его, найдем $x = 1,2$ м.

Ответ 1.2 м



Задача № 15.

С помощью теоретических расчетов и эксперимента установлено, что из всех каналов с заданным живым сечением наибольшей пропускной способностью и одновременно наименьшей фильтрацией отличаются каналы с наименьшим смоченным периметром. Про такие каналы говорят, что они имеют гидравлически

наивыгоднейший профиль.

Сечение канала — равнобедренный треугольник. Каким должен быть угол при вершине, чтобы канал имел гидравлически наивыгоднейший профиль?

Решение.

Пусть F — живое сечение канала, x — величина угла при его вершине, a — длина боковой стороны треугольника. Так как $F = 0.5 a^2 \sin x$, $P = 2a$, то

$$P = 2 \sqrt{\frac{2F}{\sin x}} \quad (0 < x < \pi).$$

Смоченный периметр P будет наименьшим, когда $\sin x$ будет наибольшим, т. е. при $x = 90^\circ$.

Ответ : 90° .



Задача № 16 .

Какой формы должен быть прямоугольный участок данной площади, чтобы длина ограничивающей его изгороди была наименьшей?

Какой формы должен быть прямоугольный участок, чтобы при данной длине изгороди площадь его была наибольшей?

Решение.

1. Форма прямоугольного участка определяется соотношением его сторон x и y . Площадь участка со сторонами x и y равна xy , а длина изгороди $2x + 2y$. Длина изгороди будет наименьшей, если $x + y$ достигнет наименьшей величины.

При постоянном произведении xy сумма $x + y$ наименьшая в случае равенства $x = y$. Следовательно, искомый прямоугольник — квадрат.

2. Если x и y — стороны прямоугольника, то длина изгороди $2x + 2y$, а площадь xy . Это произведение будет наибольшим тогда же, когда и произведение $4xy$, т. е. $2x \cdot 2y$; последнее же произведение при постоянной сумме его множителей $2x + 2y$ становится наибольшим при $2x = 2y$, т. е. когда участок имеет форму квадрата,

К известным нам из геометрии свойствам квадрата мы можем, следовательно, прибавить еще следующее: из всех прямоугольников он обладает наименьшим периметром при данной площади и наибольшей площадью при данном периметре.

2. Задачи на проценты

Задача № 17.

Чтобы выполнить задание к началу сева, токарь должен был изготавливать ежедневно по 50 изделий. Усовершенствовав резец, он увеличил ежедневную выработку на 20%, и потому выполнил задание на два дня раньше срока.

Сколько всего изделий должен был изготовить токарь?

Ответ: 900 деталей.

Задача № 18.

Для хорошего урожая в почву необходимо внести азот, фосфор и калий. Эти вещества содержат, например, такие удобрения: аммиачная селитра (35% азота), суперфосфат (15% фосфора) и калийная соль (30% калия). Определите дозу внесения этих удобрений, если требуется по 50 кг на 1 га каждого действующего вещества (это средняя доза под овес в Нечерноземной зоне)

Ответ. 143 кг аммиачной селитры, 333 кг суперфосфата и 167 кг калийной соли.

Задача № 19.

В настоящее время при планировании производства и поставок минеральных удобрений принято выражать их в условных туках. Все азотные удобрения пересчитывают на сульфат аммония, содержащий 20,5% азота, фосфорные — на суперфосфат с 18,7% фосфора, калийные удобрения — на калийную соль с 41,6% калия.

Ученическая производственная бригада на свое поле внесла 1,5 ц аммиачной селитры, содержащей 35% азота, 3 ц двойного суперфосфата, содержащего

45,8% фосфора, и 2 ц калийной соли, содержащей 30% калия. Определите общее количество внесенных удобрений в условных туках.

Решение.

Внесенную аммиачную селитру пересчитываем на сульфат аммония с помощью уравнения $0,35 \cdot 1,5 = 0,205 \cdot x$; $x = 2,56$ ц условных туков.

Аналогично пересчитываем и остальные удобрения.

Ответ. 11,35 ц условных туков.

Задача № 20.

Выход муки при размоле пшеницы — 80%. При выпечке хлеба получается припек в 40%. С какой площади нужно собрать пшеницу при урожайности 15 ц/га, чтобы получить 1 кг пшеничного хлеба?

Решение.

Пусть взяли x граммов пшеницы. Тогда из нее получится $0,8 \cdot 1,4 \cdot x$ граммов хлеба. Получаем уравнение $1,12 \cdot x = 1000$. Значит, $x = 892$ г. При урожайности 15 ц/га можно собрать 150 г зерна с 1 м^2 .

Ответ. 6 м^2 . Довольно большая площадь! И это следует хорошо помнить, ведь хлеб — всему голова.

Задача № 21.

Масличность подсолнуха показывает, сколько процентов масла можно получить из абсолютно сухих семян подсолнуха. Найдите масличность сорта подсолнуха, масса ядра которого составляет 70% массы всего семени (ядро с кожурой), а из ядра получается 72% масла.

Ответ. 50%.

Задача № 22.

Для химической прополки полей широко используют так называемые гербициды. При неправильном выборе доз внесения этих препаратов возможна либо низкая их эффективность, либо повреждение культурных растений и загрязнение окружающей среды.

Гербицид 2М — 4Х содержит 80% действующего вещества и применяется для борьбы с сорняками в посевах льна. Доза внесения гербицида — около 900 г действующего вещества на 1 га. Препарат растворяется в воде и разбрызгивается опрыскивателем с расходом жидкости около 400 л на 1 га. Какое количество препарата следует растворить в 100 л воды?

Решение.

Так как действующее вещество составляет 80% всей массы препарата, то доза внесения препарата — около 1120 г на 1 га. Добавление такого количества препарата к 400 л воды практически не изменяет расход рабочей жидкости (поскольку он задается приближенно) и обеспечивает нужную дозу внесения гербицида. Значит, в 100 л воды следует растворить около 280 г препарата.

Ответ. 280г

Задача № 23.

В сельскохозяйственной практике часто используется понятие влажности (сена, зерна и т. п.). Точное определение влажности материала производят в лаборатории, высушивая материал в специальных шкафах при определенных условиях до так называемого абсолютно сухого состояния. При этом под влажностью иногда понимают относительную влажность, а иногда — абсолютную.

Пусть M — масса некоторого материала до сушки, а m — масса того же материала после сушки до абсолютно сухого состояния (в таком случае M — m — масса влаги). Относительную влажность материала (в процентах) находят по формуле

$$P_0 = \frac{M - m}{m} 100,$$

а абсолютную влажность по формуле

$$P_a = \frac{M - m}{M} 100$$

Определите относительную и абсолютную влажность зерна, масса пробы которого при сушке до абсолютно сухого состояния уменьшилась от 4,35 до 4 г.

Задача № 24.

Силосуемая масса должна иметь некоторую оптимальную влажность [46]. Сколько следует взять клевера влажности 85% и мякины влажности 35%, чтобы получить 1 т массы для силосования влажности 75%?

Решение.

Пусть x — масса клевера. Определив количество воды, которое будет в таком случае содержаться во всей массе, получим уравнение $0,85 \cdot x + 0,35 \cdot (1 - x) = 0,75$.

Ответ. 8 ц клевера и 2 ц мякины.

Задача № 25.

Влажность травы 80%, а сена — 17%. Сколько сена получится из одной тонны травы?

Решение.

Тонна травы содержит 200 кг сухого вещества. Оно составляет 83% массы сена. Масса сена — 241 кг.

Ответ. 241кг

Задача № 26.

Определите общий расход воздуха на получение 1 т сена (влажность — 17%) методом активного вентилирования, если известно, что влажность укладываемой на досушку травы 40%, а 1 м³ воздуха выносит (при

определенных условиях) из травы 0,8 г воды, причем 10% воздуха не участвует в досушке.

Решение.

В тонне сена содержится 830 кг сухого вещества, что составляет 60% массы укладываемой на досушку травы. Значит, укладывается на досушку 1383,3 кг травы. Отсюда ясно, что при досушивании необходимо удалить 383 300 г воды.

Ответ. Расход воздуха — около 527 тыс. м³.

Замечание. Зная расход воздуха, определяют требуемую производительность вентилятора, а затем находят мощность, необходимую для его привода.

Задача № 27.

Чтобы приготовить сенаж, нужно заложить на хранение без доступа воздуха провяленную траву. Для определения времени подборки валков 10 кг свежескошенного сена провяливают на марлевой рамке, периодически его взвешивая. При каком результате взвешивания можно начинать подборку, если влажность свежей травы 80%, а подборку начинают при влажности 60%?

Ответ. 5 кг.

Задача № 28.

В одной из газетных публикаций (Правда, 1984, 28 окт., с. 3) говорится, что полезащитные полосы, занимающие 4% площади поля, повышают урожайность зерновых в среднем на 15%. Поэтому они обеспечивают прибавку урожая, которая с лихвой перекрывает недобор с занятых ими площадей. Проверьте, что этой действительно так.

Решение.

Пусть s га — площадь поля, p ц/га — урожайность этого поля. Тогда при создании лесополос сбор урожая с этого поля уменьшается за счет сокращения площади на $0,04 sp$ ц и увеличивается за счет повышения урожайности на $0,15 \cdot 0,96 sp = 0,144 sp$ ц.

Ответ. Сбор урожая увеличился.

Важнейшая задача животноводства — составление правильных кормовых рационов животных. Рассмотрим задачу из этой области.

Задача № 29.

Питательность 1 кг сена 0,42, а силоса — 0,20 кормовой единицы; сено содержит 85, а силос — 27% сухого вещества. Сколько следует давать корове в сутки сена и сколько силоса, если она с этими кормами должна получить около 6 кормовых единиц и около 9 кг сухих веществ?

Решение.

Пусть рацион коровы содержит x кг сена и y кг силоса. Тогда имеем:

$$\begin{cases} 0.42x + 0.2y = 6 \\ 0.85x + 0.27y = 9 \end{cases}$$

Ответ. 3 кг сена и 23 кг силоса.

3. Финансово-экономические задачи

Задача №30.

При цене билета на концерт эстрадных звёзд в 900 рублей на стадион вместимостью 20 тысяч человек пришло 10 тысяч зрителей. При снижении цены билета до 600 рублей на концерт с участием тех же певцов число зрителей увеличилось до 16 тысяч человек. Определить, какую цену на билет должна установить администрация стадиона, чтобы во время концерта данных звёзд стадион был заполнен полностью.

Решение: Зависимость количества купленных билетов от цены характеризуется линейной функцией: $q = kp + b$, где p – цена одного билета, q – количество купленных билетов. Составим систему уравнений $\begin{cases} 900k + b = 10, \\ 600k + b = 16. \end{cases}$

Решение системы: $k = -0,02$ и $b = 28$. Следовательно, спрос на билеты описывается формулой $q = -0,02p + 28$. Так как $q = 20$ тыс., то составим уравнение

$-0,02p + 28 = 20$, $p = 400$, $q = 20$. Итак, зрители заполнят стадион полностью (их будет 20 тысяч), если администрация стадиона установит цену на билет в размере 400 рублей. **Ответ: 400 р.**

Задача №31.

В январе спрос на яблоки в г. Сальске задаётся следующей функцией: $q = 1200 - 4p$, а предложение – функцией $q = 600 + 8p$, где p – цена за 1 кг яблок, а q – количество яблок в килограммах.

- 1). Найти параметры рыночного равновесия.
- 2). Что произойдёт на рынке данного товара, если администрация города зафиксирует верхний предел цены апельсин на уровне 35 рублей за килограмм?

Решение: 1). Составим систему уравнений $\begin{cases} q = 1200 - 4p, \\ q = 600 + 8p. \end{cases}$ Решение

системы: $p = 50$, $q = 1000$. Получили: равновесная цена яблок равна 50 р. За килограмм, а равновесный объём продаж составляет 1000 кг.

2). Если $p = 35$, то предложение товара: $q = 600 + 8p = 600 + 8 \cdot 35 = 600 + 280 = 880$, а спрос на товар: $q = 1200 - 4p = 1200 - 4 \cdot 35 = 1200 - 140 = 1060$. Получим, что спрос превышает предложение, то есть, в городе возникнет дефицит яблок в размере:

1060кг – 880кг=180кг.

Ответ:1). 50р., 1000кг. 2). Возникнет дефицит в размере 180кг.

Задача №32.

Фермеру необходимо каждый день продать 210 литров молока. При цене на молоко в 40 рублей за литр он смог продать 120литров. При снижении цены до 30 рублей за литр фермер реализовал 180 литров. Какую цену надо установить на литр молока, чтобы можно было продать 210 литров в день?

Решение: зависимость количества купленного молока (в литрах) от цены характеризуется линейной функцией: $q = kp + b$, где p – цена одного литра, q – количество купленного молока (в литрах). Составим систему уравнений

$$\begin{cases} 40k + b = 120, \\ 30k + b = 180. \end{cases}$$

Решение системы $k = -6$ и $b = 360$. Следовательно, спрос на

молоко описывается формулой $q = -6p + 360$. Так как $q = 210$ литров, то составим уравнение $-6p + 360 = 210$, $p = 25$, $q = 210$. **Ответ: 25 рублей за литр.**

Задача №33

Себестоимость перевозки груза по шоссейной дороге выражается функцией $C = 25x - 160$, а по железной дороге – функцией $C = 20x + 360$, $100 \leq x \leq 1000$ – расстояние в километрах, а C – транспортные расходы. Определить, какой вид транспорта выгоднее для перевозки одного и того же груза и начиная с какого расстояния?

Решение. При $x = 100$ км для автотранспорта стоимость перевозки составляет 2340р., а для железнодорожного – 2360р. При $x = 400$ км стоимость перевозки автотранспортом составляет 9840 р., а железнодорожным 8360р.

Ответ. На малых расстояниях выгоднее перевозить груз по шоссейной дороге, а на больших – по железной дороге.

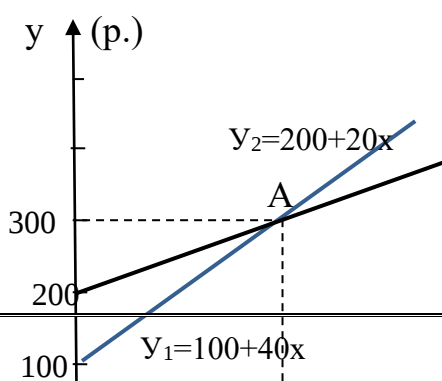
Задача №34.

Расходы при перевозки груза двумя видами железнодорожного транспорта вычисляются по формулам:

$$y_1 = 100 + 40x, y_2 = 200 + 20x$$

Где x – расстояние (в км) перевозок в сотнях километров, а y_1 и y_2 – транспортные расходы (в рублях) по перевозке груза первым и вторым видами транспорта. Найти, на какие расстояния, и каким видом транспорта перевозки груза будут более экономичными.

Решение. В одной координатной плоскости построим графики функций $y_1 = 100 + 40x$ и $y_2 = 200 + 20x$ (рис.1). Точка пересечения графиков функций: $A(500;300)$, то есть $x = 500, y = 300$. Это означает, что при перевозке на расстояние равное 500км транспортные расходы будут одинаковы для одного и другого вида транспорта: 300руб.



По графикам можно также определить, каким видом транспорта и на какие расстояния перевозки груза будут более экономичными. **Ответ:** если груз нужно перевезти на расстояние менее, чем 500 километров, то его лучше перевозить первым видом транспорта (график функции y_1 на этом промежутке ниже графика функции y_2), а если груз нужно перевезти на расстояние более 500 километров, то лучше использовать для экономии второй вид транспорта.

Задача №35.

Стоимость трактора равна C , а стоимость его капитального ремонта – b . Установлено, что трактор может работать без ремонта n месяцев, а с ремонтом k месяцев. а). При каких соотношениях между C, b, n, k затраты на ремонт являются рентабельными? б). Рентабельным ли будет ремонт, если $C=275000$ р., $b=50000$ р., $n=12$ мес., $k=18$ мес.. Считается, что после ремонта мощность трактора равна мощности нового трактора.

а). **Решение.** $\frac{C}{n}$ – средняя стоимость месячной эксплуатации нового трактора;

$C+b$ – суммарная стоимость трактора и ремонта. $\frac{C+b}{k}$ – средняя стоимость месячной эксплуатации трактора после ремонта.

Капитальный ремонт трактора будет рентабельным, то есть окупит себя, в том случае, если средняя месячная стоимость эксплуатации трактора после ремонта будет не больше, чем средняя стоимость эксплуатации до ремонта.

Получим нестрогое неравенство $\frac{C+b}{k} \leq \frac{C}{n}$. Применим свойство пропорции:

$$b \leq \frac{Ck}{n} - C, b \leq \frac{Ck - Cn}{n}, b \leq \frac{C(k-n)}{n}, b \leq \frac{C(k-n)}{n}.$$

Ответ: $b \leq \frac{C(k-n)}{n}$.

б). **Решение:** в неравенство $b \leq \frac{C(k-n)}{n}$ подставим значения C, k, n, b :

$$50000 \leq \frac{275000 \cdot (18-12)}{12}, 50000 \leq \frac{275000 \cdot 6}{12}, 50000 \leq \frac{275000}{2}, 50000 \leq 137500.$$

Ответ. Неравенство $50000 \leq 137000$ верно, значит, ремонт будет рентабельным.

Задача №36.

В кредит взяли 50000 рублей на 6 месяцев. Какой ставкой выгоднее воспользоваться: а). 4% в месяц б). 12% годовых?

Решение: надо вычислить простые проценты на эту сумму к концу срока.

а). $P=50000\text{р.}$, $T=6$, $i=4\%$, найти I . $I=P \cdot T \cdot \frac{i}{100}$, $I=50000 \cdot 6 \cdot 0,04=12000(\text{р.})$

б). $P=50000\text{р.}$, $T=\frac{1}{2}$, $i=12\%$, найти I . $I=P \cdot T \cdot \frac{i}{100}$, $I=50000 \cdot \frac{1}{2} \cdot 0,12=3000(\text{р.})$

Ответ: Выгоднее воспользоваться ставкой 12% годовых.

Задача №37.

Проценты по ссуде в 30000 рублей на 4 месяца составляют 2040 рублей. Какова годовая процентная ставка?

Решение: используем формулу процентов $I=P \cdot T \cdot \frac{i}{100}$, где $I=2040\text{р.}$, $T=4\text{мес.}=\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$ года, $P=30000\text{р.}$, i надо определить.

$\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$ года, $P=30000\text{р.}$, i надо определить.

$$i = \frac{100\% \cdot I}{P \cdot T} = \frac{100\% \cdot 2040}{30000 \cdot \frac{1}{3}} = \frac{204 \cdot 3}{30} = \frac{204\%}{10} = 20,4\% . \quad \text{Ответ: } 20,4\% .$$

Задача №38.

Банк выплачивает 3500р. ежеквартально (каждые три месяца) по вкладу, исходя из 8% годовых. Какова величина вклада?

Решение: $I=3500\text{р.}$, $T=3\text{мес.}=\frac{3}{12}=\frac{1}{4}$ года, $i=8\%$, P надо определить.

из формулы $I=P \cdot T \cdot \frac{i}{100}$ выразим P :

$$P = \frac{100 \cdot I}{iT} = \frac{100\% \cdot 3500}{8\% \cdot \frac{1}{4}} = \frac{100 \cdot 3500 \cdot 4}{8} = \frac{1400000}{8} = 175000\text{р.} \quad \text{Ответ: } 175000\text{руб.}$$

Задача №39.

80000 р. инвестировали в банк на два года по **номинальной** ставке 8% годовых. Найти наращенную сумму и сложные проценты при начислении процентов: а). по годам; б). по полугодиям; в). по кварталам; г). по месяцам. Фиксированная годовая ставка называется **номинальной j** , если проценты начисляются по полугодиям, кварталам, месяцам.[7]

Решение: а). В формуле $S = P(1 + \frac{0,01j}{m})^{mt}$ $P=80000\text{р.}$, $j=8\%$, $m=1$, $T=2$.

Подставим значения в формулу: $S = 80000 \cdot (1 + \frac{0,01 \cdot 8}{1})^{1 \cdot 2} = 80000 \cdot (1 + 0,08)^2 = 80000 \cdot 1,08^2 = 80000 \cdot 1,1664 = 93312\text{р.}$ — наращенная сумма. Проценты: $I = S - P = 93312 - 80000 = 13312\text{р.}$

Ответ: $S=93312\text{р.}$, $I=13312\text{р.}$

б). $S = P(1 + \frac{0,01j}{m})^{mT}$, где $P=80000$ р., $j=8\%$, $m=2$, $T=2$. При подстановке

получим: $S = 80000 \cdot (1 + \frac{0,01 \cdot 8}{2})^{2 \cdot 2} = 80000 \cdot (1 + 0,04)^4 = 80000 \cdot 1,04^4 =$

$80000 \cdot 1,16986 = 93588,68$ р. —наращенная сумма. Проценты: $I = S - P = 93588,68 - 80000 = 13588,68$ р.

Ответ: $S=93588,68$ р., $I=13588,68$ р.

в). Применим ту же формулу: $S = P(1 + \frac{0,01j}{m})^{mT}$, в которой $P=80000$ р., $j=8\%$,

$m=4$, $T=2$. При подстановке получим : $S = 80000 \cdot (1 + \frac{0,01 \cdot 8}{4})^{4 \cdot 2} = 80000 \cdot (1 + 0,02)^8$

$= 80000 \cdot 1,02^8 = 80000 \cdot 1,171659 = 93732,75$ р. —наращенная сумма. Проценты:

$I = S - P = 93732,75$ р. — 80000 р. = $13732,75$ р. **Ответ: $S=93732,75$ р., $I=13732,75$ р.**

г). $P=80000$ р., $j=8\%$, $m=12$, $T=2$ подставим в формулу $S = P(1 + \frac{0,01j}{m})^{mT}$:

$$S = 80000 \cdot (1 + \frac{0,01 \cdot 8}{12})^{12 \cdot 2} = 80000 \cdot (1 + 0,006666)^{24} = 80000 \cdot 1,006666^{24} =$$

$80000 \cdot 1,17286929 = 93829,54$ р. — наращенная сумма. Проценты: $I = S - P = 93829,54$ р. — 80000 р. = $13829,54$ р.

Ответ: $S=93829,54$ р., $I=13829,54$ р.

Задача №40.

Кредит в размере 70000р. выдан под сложные проценты по ставке 19% годовых на: а). 3 года; б). 4 года; в). 5 лет. Вычислить наращенную сумму к концу срока.

Решение: а). $S = P(1 + \frac{i}{100})^T$, где $P=70000$ р., $i=19\%$, $T=3$. $S = 70000 \cdot (1 + \frac{19}{100})^3 =$

$70000 \cdot (1 + 0,19)^3 = 70000 \cdot 1,19^3 = 70000 \cdot 1,686159 = 117961,13$ р. — наращенная сумма. Проценты: $I = S - P = 117961,13$ р. — 70000 р. = $47961,13$ р.

Ответ: 117961,13р.

б). В формулу $S = P(1 + \frac{i}{100})^T$ подставим вместо P , I , и T их значения:

$P=70000$ р., $i=19\%$, $T=4$, получим $S = 70000 \cdot (1 + \frac{19}{100})^4 = 70000 \cdot (1 + 0,19)^4 = 70000 \cdot$

$1,19^4 = 70000 \cdot 2,00533921 = 140373,74$ р. — наращенная сумма. Проценты: $I = S - P = 140373,74$ р. — 70000 р. = $70373,74$ р.

Ответ: 140373,74р.

в). $P=70000\text{р.}, i=19\%, T=5$ подставим в формулу $S = P(1 + \frac{i}{100})^T$, $S = 70000 \cdot (1 + \frac{19}{100})^5 = 70000 \cdot (1+0,19)^5 = 70000 \cdot 1,19^5 = 70000 \cdot 2,38635366 = 167044,76\text{р.}$ —
наращенная сумма. Проценты: $I = S - P = 167044,76\text{р.} - 70000\text{р.} = 97044,76\text{р.}$
Ответ: 167044,76р.

4. Задачи для самостоятельного решения.

Задача №41.

За какой срок вклад в 70 тысяч рублей увеличится вдвое при ставке 10% годовых?

Ответ: 10 лет.

Задача №42.

Банк выплачивает 4800 руб. каждые полгода по вкладу, исходя из 10% годовых. Какова величина вклада?

Ответ: 96 000 рублей

Задача №43. 100 тысяч рублей выданы в кредит на полгода по ставке : а) 3% в месяц; б) 14% годовых. Найти простые проценты на эту сумму к концу срока.

Ответ: а) 18 тыс. руб.; б) 7 тыс. руб.

Задача № 44.

Проценты по ссуде в 50 тысяч рублей на три месяца составляют 1875 рублей. Какова годовая процентная ставка?

Ответ: 15%

Задача №45.

100 тысяч рублей инвестированы в банк на полгода по ставке: а) 10% в месяц; б) 10% годовых. Найти сложные проценты на эту сумму к концу срока.

Ответ: а) 77,1561 тыс. руб.; б) 4,88089 тыс. руб.

Задача №46.

Кредит в размере 80 тысяч рублей выдан под сложные проценты по ставке 8% годовых на 3 года. Вычислить наращенную сумму к концу срока.

Ответ: 100,77696 тыс. руб.

Задача №47.

Определить сумму инвестирования под сложные проценты при ставке 12% годовых, если через 2 года наращенная сумма составила 62 720 руб.

Ответ: 50 000 рублей

Задача №48.

В банк инвестировали 70 000 рублей. Найти наращенную сумму за 5 лет по номинальной ставке 12% годовых для: а) начисления один раз в год; б) начисления 4 раза в год; в) непрерывного начисления процентов.

Ответ: а) 123,3639 тыс. руб.; б) 126,4278 тыс. руб.; в) 127,5438 тыс. руб.

Задача №49.

Показания электросчётчика в доме в начале и в конце двухмесячного периода были равны соответственно 23 346 и 25 134. Цена 1 кВт*ч электричества равна 7,6 руб. Подсчитайте общую сумму платежа, учитывая, что налог на добавленную стоимость составляет 12,5%.

Ответ: 15 287,4 рубля.

Задача №50.

Мария в понедельник позвонила подруге в 16:34 и закончила разговор в 16:51. Какую сумму необходимо оплатить, включая налог на добавленную стоимость 21%, если каждые три минуты разговора стоят 9,5 руб.

Ответ: 69 рублей.

5. Справочный материал

Простая процентная ставка это процесс изменения суммы P (кредита или вклада) после начисления процентов (i) только на первоначальную сумму через год, 2 года, 3 года, T лет.

Итак, P — начальная сумма, через год $P + P \cdot \frac{i}{100} = P(1 + \frac{i}{100})$, через два года:

$P(1 + \frac{i}{100}) + P \cdot \frac{i}{100} = P(1 + 2 \cdot \frac{i}{100})$, через три года: $P(1 + 2 \cdot \frac{i}{100}) + P \cdot \frac{i}{100} = P(1 + 3 \cdot \frac{i}{100})$, ... через T лет: $P(1 + T \cdot \frac{i}{100})$.

$P(1 + \frac{i}{100})$, $P(1 + 2 \cdot \frac{i}{100})$, $P(1 + 3 \cdot \frac{i}{100})$, ... $P(1 + T \cdot \frac{i}{100})$ — это члены арифметической

прогрессии, где P — первый член прогрессии, $P \cdot \frac{i}{100}$ — разность

арифметической прогрессии, T — количество членов, тогда $S = P(1 + T \cdot \frac{i}{100})$ —

сумма T членов арифметической прогрессии. В экономике $S = P(1 + T \cdot \frac{i}{100})$ —

формула наращенной суммы по простым процентам. С экономической точки зрения эта формула означает, что $S = P + I$, где P — основная сумма, а I — проценты на основную сумму по ставке i (кредитора, вкладчика или заёмщика).

Начисление простых процентов используется при предоставлении краткосрочных кредитов, срок которых не превышает одного года.

С помощью формулы $S = P(1 + T \cdot \frac{i}{100})$ можно решать задачи на нахождение каждой из величин, входящих в эту формулу.

Сложная процентная ставка предполагает, что проценты в конце каждого срока кредитования или вклада прибавляются к основной сумме P , а полученная сумма $(I + P)$ является исходной для начисления процентов в

следующем периоде. Итак, P — начальная сумма, через год $P + P \cdot \frac{i}{100} = P(1 + \frac{i}{100})$, через два года: $P(1 + \frac{i}{100}) + P(1 + \frac{i}{100}) \cdot \frac{i}{100} = P(1 + \frac{i}{100})(1 + \frac{i}{100}) = P(1 + \frac{i}{100})^2$.

Через три года: $P(1 + \frac{i}{100})^2 + P(1 + \frac{i}{100})^2 \cdot \frac{i}{100} = P(1 + \frac{i}{100})^2(1 + \frac{i}{100}) = P(1 + \frac{i}{100})^3, \dots$

через T лет: $P(1 + \frac{i}{100})^T$. Итак, получим $S = P(1 + \frac{i}{100})^T$ — формула наращенной суммы,

сложных процентов, где P — основной капитал, I — сумма процентных денег — наращение, i — процентная ставка наращенной суммы, T — срок процентной ставки,

$(1 + \frac{i}{100})^T$ — **множитель наращенной суммы** сложных процентов.

С экономической точки зрения процесс присоединения начисленных процентов к сумме называется **капитализацией**.

С математической точки зрения: $P(1 + \frac{i}{100})$, $P(1 + \frac{i}{100})^2$, $P(1 + \frac{i}{100})^3, \dots, P(1 + \frac{i}{100})^T$

— члены геометрической прогрессии, где $P(1 + \frac{i}{100})$ — первый член

прогрессии, а

$(1 + \frac{i}{100})$ — знаменатель геометрической прогрессии.

Литература

1. В. Г. Безуглов «Применение гербицидов в интенсивном земледелии». Москва РОССЕЛЬХОИЗДАТ — 1981.
2. Григорьева И.С. Математика и жизнь// Математика для школьников.—2011.—№2.—С.57-64.
3. Григорьева И.С. Обольстительные финансы// Математика для школьников.—2012.—№4.—С.54-64.
4. Касимова О.Ю. Введение в финансовую математику.—М.: Анкил, 2001.
5. Медведев Г.А. Начальный курс финансовой математики.—М.: Остожье, 2000.
6. Музеников Ш.А. Задачи с экономическим содержанием на уроках математики// Математика в школе.—2011.—№10.—С.48-52.
7. В. Г. Минеев, В. П. Грызлов, Р. И. Синдяшкина, Ю. М. Капцинель, Ю. П. Журавлев, Ф. В. Янишевский, Н. Н. Данилова, М. П. Сургучева, И. 8. Учебная книга животновода». Москва ВО «АГРОПРОМИЗДАТ» 1991.
8. Пустобаева О.И. Математика финансов//Математика.—2009.—№12.—С.3-17.
9. Хоркина Н.В. Прикладные задачи экономического содержания// Математика .—2005.—№6.—С.14-16.
10. А. Хузин «Комплексные удобрения» Москва АГРОМИЗДАТ 1986.